

MATEMATIKA (4+4+3+3+4+4+4+4 óra)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék,

hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus) ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A ke-

rettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

A helyi tantervben az 5-11. évfolyamon hagyunk szabad időkeretet. A csoportot tanító szaktanár a tanulók képességeihez igazodva használhatja ezt gyakorlásra, számonkérésre. Ezekről az órákról még az adott tanévre készített tanmenetben sem gondoljuk, hogy előre kellene dönteni. Kell hogy legyen a helyi tantervben annyi rugalmasság, hogy a tanár gyengébb csoportban további órákat szánhasson néhány kiemelten fontos anyagrész gyakorlására, jobb csoportokban matematikai játékokkal, érdekességekkel színesítse a tananyagot, legyen idő számonkérésre.

A helyi tanterv alapjául szolgáló kerettanterv

Kerettanterv a gimnáziumok 5-12. osztályok számára / Matematika

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,

- tipográfiaiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **írásbeli röpdolgozat** (egy vagy néhány óra anyagának számonkérése az adott napra való felkészültség mérésére, tartalma lehet elmélet és/vagy feladatmegoldás)
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka, házi feladat** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

A 7-8. évfolyamon 3-3 óra, a többi évfolyamon 4-4 óra.

5–6. évfolyam

A nyolcosztályos gimnáziumok matematika kerettanterve az egyes témaköröket az általános iskolában a szokásosnál mélyebben tárgyalja, néhány ismerettel korábban foglalkozik. Ugyanakkor a fogalmak kialakítására, megerősítésére ebben az iskolatípusban is különös gondot fordítunk, kellő időt szánunk, a későbbi években sok témára magasabb szinten visszatérünk. Az erre az életkorra jellemző érdeklődést, kíváncsiságot, játékoságot felhasználjuk a megismerési, tanulási folyamatban. Gyakran indulunk ki konkrét tevékenységekből, a tapasztalatok elemzéséből, játékból.

Az 5–6. évfolyam fontos feladata a biztos számolási készség kialakítása. Támazkodunk az alsó tagozaton szerzett ismeretekre, fokozatosan bővítjük azt a számkört, amelyben műveleteket végzünk. Számolunk fejben és írásban az egész számok és a racionális számok halmazán, a megszerzett tudást alkalmazzuk a mindennapi életben. Szöveges feladatokat ol-

dunk meg, a hétköznapi és gyakorlati problémákat megfogalmazzuk a matematika nyelvén. A várható eredményekre becsléseket adunk, megoldásunkat ellenőrizzük. A geometria témakörben méréseket, szerkesztéseket végzünk, egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat ismerünk meg. A konkrét tárgyak vizsgálata a térszemlélet fejlesztését jelenti, amely része az esztétikai nevelésnek is. A geometriai transzformációk megismeréséhez tevékenységeken keresztül jutunk el.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni, igazságtartalmukat vizsgálni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni és a modelljeikbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejlesztjük a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

Az értékelés változatos módszereit alkalmazzuk. Ebben az életkorban a legkisebb teljesítmény is észrevesszük, a szóbeli dicséret ösztönző erejére is építünk.

5. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	4 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	85 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	5 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	5 óra
Szabadon felhasználható órakeret	15 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 4 óra + folyamatos
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
1.1. Halmazok Halmazok megadása, részhalmaz, komplementer halmaz. Halmazok uniója, metszete. Üres halmaz, egyenlő halmazok. Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről. Halmazok megadása elemek felsorolásával. Halmazábra használata. Adott véges halmaz részhalmazainak a felírása. Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.	<i>Informatika:</i> könyvtár-szerkezet a számítógépen. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.	
1.2. Matematikai logika Logikai állítások. Igaz, hamis állítás. És; vagy. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről. Definíciók megértése, alkalmazása. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Vitakultúra fejlesztése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni!	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, unió, metszet, IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1. Természetes számok	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Számok helye a számegyenesen. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, () ismerte, használata. A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Műveletek ellenőrzése. Fejben számolás százaz	

	számkörben.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tízes számrendszer fogalmának elmélyítése. Elemek csoportosítása más számrendszerben is. A számegyenes használata, alkalmas egység megválasztása. A műveletek biztos elvégzésének erősítése – fejben és írásban. Műveleti tulajdonságok felismerése, alkalmazása.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
Kapcsolódási pontok	
<p>A tízes számrendszer.</p> <p>A számfogalom fejlesztése milliós számkörben.</p> <p>Helyi érték, alaki érték ismerete, számok kiolvasása.</p> <p>A számok helyesírásának ismerete.</p> <p>Kapcsolat a kombinatorikával (számok kirakása).</p> <p>Kapcsolat a mindennapi élettel (pénzegységek, mértékegységek átváltása).</p> <p><i>Matematikatörténet: A számírás kialakulása, római számok.</i></p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom: a magyar helyesírás alapelvei.</i></p>
<p>A számegyenes.</p> <p>Számok összehasonlítása.</p> <p>Számok elhelyezése számegyenesen. Megfelelő beosztás választása.</p> <p>Kerekítés, becslés.</p> <p>A kerekítés szabályainak ismerete.</p>	
<p>Összeadás, kivonás, szorzás.</p> <p>Osztó, többszörös, oszthatóság.</p> <p>Osztás, maradékos osztás.</p> <p>Műveletek elvégzése fejben és írásban.</p> <p>A tanulók gyakorlati feladatokban ismerjék fel, hogy melyik művelet alkalmazására van szükség.</p> <p>Műveletek ellenőrzése.</p> <p>Az 1 és a 0 a szorzásban és az osztásban.</p> <p>Műveletek tulajdonságai, zárójelek használata, műveletek sorrendje.</p> <p>Műveleti sorrend, ha a kifejezés nem tartalmaz zárójelet.</p> <p>Tagok, tényezők felcserélhetőek, csoportosíthatóak.</p> <p>Zárójelek szerepének felismerése.</p> <p>Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel.</p> <p>Alkalmazásuk mértékegységek átváltása során.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés.</i></p>
<p>Számrendszerek.</p> <p>A tízestől különböző számrendszerek kialakítása.</p> <p><i>Matematikatörténet: 12-es, 60-as számrendszer.</i></p>	<p><i>Informatika: 2-es számrendszer.</i></p>
Kulcsfogalmak/fogalmak	Tízes számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegyenes, összeadandó, összeg tag, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, tényező, osztandó, osztó, hányados, maradék, számrendszer.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Egész számok	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Negatív számok a mindennapi életben - hőmérséklet, adósság.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ellentétes mennyiségek fogalmának mélyítése. Mennyiségi jellemzők kifejezése negatív számokkal. Műveletvégzés az egész számok halmazán. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata az egész számok halmazán.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A negatív szám. Számkörbővítés: miért van szükségünk egész számokra? Ellentétes mennyiségek ismerete, felfedezése az életünkben. Egy szám ellentettje, abszolútértéke. Nagyobb, kisebb fogalma az egész számok körében. Egész számok a számegyenesen. A számegyenest segédeszközként használjuk a fogalmak megértésére, a szükséges absztrakció érdekében.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> hőmérséklet, időjárás-jelentés, tengerszint feletti magasság.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> időszámítás – i.e.</p>
<p>A derékszögű koordináta-rendszer. I., II., III., IV. síknegyed. Első jelzőszám, második jelzőszám. A jelzőszámok nem cserélhetőek fel. Példák: színházjegy, sakk, táblázatok.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> helymeghatározás, térképek.</p>
<p>Egész számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása. A műveletek elvégzése előtt a várható eredmény, és előjelének becslése. A kivonás átírható összeadásra. Többtagú kifejezések összevonása. Zárójelek használata, műveleti sorrend. Számítógép használata: gyakorlás a digitális tudásbázis segítségével.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték, koordináta-rendszer, síknegyed, első, második jelzőszám.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Törtek, tizedestörtek, racionális számok	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése, lejegyzése szöveggel, előállítás a hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete. Összeadás, kivonás a törtszámok körében.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A törtek értelmezése. Törtek kétféle értelmezése – felismerés szöveges környezetben. Törtek egyszerűsítése, bővítése. Közönséges tört, vegyes tört. Az egyszerűsítés és a bővítés tudatos alkalmazása. Negatív törtek. Törtek ábrázolása a számegyenesen. Törtek összehasonlítása egyenlő nevezőjű, egyenlő számlálójú törtek esetében.</p>	<p><i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.</p>
<p>Törtek összeadása, kivonása. Közös nevező keresése. Tört szorzása, osztása egész számmal. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, műveleti sorrend.</p>	
<p>A tizedes törtek értelmezése, használata. Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása. Helyiérték-táblázat használata. Mértékegységek kifejezése tizedes törtekkel: dm, cl, mm... Tizedes törtek a számegyenesen. Tizedes törtek leolvasása a számegyenesről. Tizedes törtek elhelyezése a számegyenesen. Mérés a milliméter beosztású vonalzóval, mérőszalaggal. Tizedes törtek egyszerűsítése, bővítése. A tizedes tört végére nullákat írhatunk, illetve a szám végén lévő nullákat elhagyhatjuk. Tizedes törtek összehasonlítása. Számegyenes használva és a szám írott alakja alapján összehasonlítunk. Matematikai jelek használata ($<$, $>$ =). Tizedes törtek kerekítése.</p>	<p><i>Természetismeret:</i> hosszúságmérés.</p>
<p>Tizedes törtek összeadása, kivonása. Tizedes törtek szorzása, osztása egész számmal. A műveletek elvégzése fejben kisebb számokon. A műveletek eredményének előzetes becslése, írásbeli elvégzése. Számolás negatív tizedes törtekkel is. A műveletek ellenőrzése. Tizedes törtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: kerület, terület, űrtartalom, átváltások. Az átlag kiszámítása. Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése. Hány tizedes jegyre számoljunk átlagot? Tört alakban írt szám tizedes tört alakja.</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> statisztikai adatok.</p>

Racionális számok. Véges, végtelen szakaszos tizedes törtek előállításával osztással. Két egész szám hányadosaként felírható számok.		
Mérés, mértékegységek. Hosszúság, tömeg, idő mérése, mértékegységek. Mérések elvégzése csoportmunkában, együttműködés a társakkal.		<i>Természetismeret:</i> mérés, mértékegységek.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tört, számláló, nevező, közös nevező, tizedes tört, közös nevező, véges és végtelen szakaszos tizedes tört, racionális szám, egyszerűsítés, bővítés.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Sorozatok, függvények	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok. Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Sorozatok. Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok készítése. Algoritmusok játékokon keresztül. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.		<i>Technika, életvitel, gyakorlat:</i> osztálynévsor, tornasor.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, egyenes arányosság, grafikon.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Geometriai alapfogalmak	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap. Kocka, téglalap, gömb felismerése a mindennapi életben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Esztétikai érzék fejlesztése. Kör vizsgálata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz. Síkidom, sokszög, oldal, átló, konvexitás. A környezetünkben lévő tárgyakon ismerjük fel a vizsgált geometriai fogalmakat. Test, csúcs, él, lap. Testek építése, szemléltetése.		
Merőleges egyenesek. Párhuzamos egyenesek. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése vonalzóval. Ponthalmazok távolsága. Két pont, pont és egyenes, távolsága. Két egyenes távolsága. Kitérő egyenesek.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat: vízszintező, mérőőn.</i>
Geometriai szerkesztés. A ceruza, vonalzó, körző használata. Díszítőminták szerkesztése körzővel, vonalzóval.		
A szög. Szögek fajtái. A szög jelölése, betűzése, görög betűk. Nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög, teljesszög. Szögmérés szögmérővel. Fok, szögperc, szögmásodperc. Szögmásolás, szögfelezés. Nevezetes szögek szerkesztése.		
Kör. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő. Körív, körcikk, körszelet. A fogalmak felismerése környezetünk tárgyain. Díszítőminták szerkesztése körzővel.		<i>Hon- és népismeret: népművészeti motívumok.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Pont, félegyenes, szakasz, sík, síkidom, sokszög, test, csúcs, él, lap. Merőlegesség (egyenesek), párhuzamosság (egyenesek). Szög, nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög, teljesszög. Kör, gömb, sugár, átmérő, húr, szelő, érintő, körív, körcikk, körszelet. Hegyesszögű háromszög, derékszögű háromszög, tompaszögű háromszög.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Kerület, terület, felszín, térfogat	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Hosszúság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Négyzet, téglalap kerülete – mérés, számítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel. A test és a síkidom közötti különbség megértése. Kocka, téglatest, felismerése, létrehozása, jellemzői.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Hosszúság mérésének gyakorlása – mérőeszközök használata, becslés. A kerület meghatározása méréssel és számolással. Számolási készség fejlesztése. Mértékegységek használata, átváltása. A felszín és a térfogat meghatározása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A kerület mérése, mértékegységei. A téglalap, a négyzet, kerülete. Adott alakzatok kerületének meghatározása méréssel, számolással. Méterrúd, mérőszalag használata.		
A terület mérése, mértékegységei. A téglalap, négyzet, területe. Adott alakzatok területének meghatározása - az adott egységgel összehasonlítunk, közelítünk, számolunk. Mérőeszközök használata. A téglatest hálója, felszíne.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> számítások tapétázáshoz, csempézéshez. <i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták periodikus ismétlése.
A térfogat, űrtartalom mérése. Mértékegységek. A téglatest térfogata. Üvegek, üdítős dobozok térfogata.		
Testek építése, ábrázolása. Építőjátékok használata. Térszemlélet fejlesztése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerület, terület, felszín, térfogat, felszín, térfogat, test hálója.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.3. Adott tulajdonságú ponthalmazok	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	A távolság fogalma. Körvonal, körlap. Párhuzamos és merőleges egyenesek rajzolása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szakaszflező merőleges, szögflező szerkesztése. Háromszög beírt és köré írt körének szerkesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Távolsággal jellemzett ponthalmazok: <ul style="list-style-type: none"> – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben (kör és gömb); – két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza a síkban és térben (szakaszfelező merőleges, szögfelező). 		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések - biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adatok gyűjtése, értelmezése, jellemzése. Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Adatok ábrázolása. Adatok gyűjtése, elemzése. Oszlopdiaagram, vonaldiaagram, kördiaagram elemzése. Átlag. Az átlag kiszámítása, értelmezése.		<i>Természetismeret:</i> Népeesség alakulása, összetétele. <i>Technika, életvitel és gyakorlat; természetismeret:</i> lázmérés, lág-görbe.
Valószínűségi játékok. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Esélyek mérlegelése. Adatok tervszerű gyűjtése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, grafikon, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény.	

A fejlesztés várt eredményei az 5. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.
--	--

Számelmélet és algebra

- A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása.
- Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása.
- Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása.
- Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése.
- Száamegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete.
- Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés.
- Egyszerű szöveges feladatok megoldása.

Sorozatok, függvények

- Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint.

Geometria

- Térelemek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.
- Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése.
- Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása.
- Téglatest felszínének, térfogatának számítása.

Statisztika, valószínűség

- Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.
- Néhány szám számantani közepének kiszámítása.
- Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.

6. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	9 óra
2. Számтан, algebra	75 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	5 óra
4. Geometria	25 óra
5. Valószínűség, statisztika	5 óra
Szabadon felhasználható órakeret	15 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása – módszeres próbálgatással.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>1.3. Halmazok</p> <p>Halmazok megadása, részhalmaz, komplementer halmaz. Halmazok uniója, metszete. Üres halmaz, egyenlő halmazok.</p> <p>Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről.</p> <p>Halmazok megadása elemek felsorolásával.</p> <p>Halmazábra használata.</p> <p>Adott véges halmaz részhalmazainak a felírása.</p> <p>Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon. (ismétlés)</p>		<p><i>Informatika:</i> könyvtár-szerkezet a számítógépen.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.</p>

1.4. Matematikai logika Logikai állítások. Igaz, hamis állítás. És; vagy. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről. Definíciók megértése, alkalmazása. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Vitakultúra fejlesztése. (folyamatos)	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni!
1.5. Kombinatorika Sorba rendezések. Kiválasztások. Néhány elem sorba rendezése. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, unió, metszet, IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Törtek, tizedestörtek, racionális számok	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Törtek értelmezése, összeadása, kivonása. Tizedes törtek értelmezése, összeadása, kivonása, szorzása, osztása 10 hatványaival	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a törtszámok körében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Törtek összeadása, kivonása. Ismétlés. Törtek szorzása. A reciprokok fogalma. Törtek osztása. Tört szorzása, osztása egész számmal, törtszámmal. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése. Műveleti tulajdonságok, zárójelhasználat, műveleti sorrend.		
Tizedes törtek összeadása, kivonása. (ismétlés) Tizedes törtek szorzása, osztása egész számmal. (ismétlés) A műveletek ellenőrzése. Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: kerület, terület, űrtartalom, átváltások. Szorzás tizedes törttel. Osztás tizedes törttel. Tört alakban írt szám tizedes tört alakja.		<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> statisztikai adatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Reciprokok.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Oszthatóság	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Osztas, osztó, maradékos osztás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése. Számolási készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Osztó, többszörös. Osztok meghatározása, osztópárok, valódi osztók. Osztok, többszörösök halmaza – halmazábra készítése. Táblázat, grafikon az osztók számáról.</p> <p>Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. <i>Matematikatörténet:</i> Eratoszthenész szitája.</p> <p>Oszthatósági szabályok. 2-vel, 4-gyel, 8-cal, 5-tel, 25-tel, 125-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság eldöntése a szám végződése alapján. 3-mal, 9-cel való oszthatóság eldöntése a számjegyek összege alapján.</p>		<i>Természetismeret:</i> ciklusok a természetben.
<p>Közös osztók. Közös többszörösök. Közös osztók, közös többszörösök meghatározása konkrét számok esetén. A tanult ismeretek alkalmazása törtek egyszerűsítésére, bővítésére.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, prímszám, összetett szám. Közös osztó, közös többszörös.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.5. Arányos következtetések, egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Egyszerű szöveges feladatok megoldása: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Jelek, szimbólumok használata összefüggések leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Arányos következtetések. Egyenes és fordított arányosság felismerése. Törtrész, százalékérték meghatározása. Betűk használata összefüggések leírására. Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása: próbálgatás, következtetés, lebontogatás, mérlegelv - ismerkedés a megoldási módszerekkel. Szövegértés fejlesztése – szöveges feladatok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

<p>Két szám aránya. Az arány fogalma – mindennapi életből vett példákon keresztül.</p> <p>Arányos osztás. Szöveges feladatok mennyiségek adott arányban való felosztására.</p> <p>Egyenes arányosság. Fordított arányosság. Táblázatok, grafikonok elemzése arányosság szempontjából.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vásárlás, takarékoság.</p> <p><i>Természetismeret:</i> változások a környezetünkben; táblázatok, grafikonok.</p>
<p>Törtész. A törtész kiszámítása következtetéssel és törtek használatával. Az egészrész meghatározása.</p> <p>Százalékszámítás: Százalékérték, százalékalap, százalékláb. Százalékszámítás arányos következtetéssel.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> áremelkedés, árengedmény, családi gazdálkodás, takarékoság.</p>
<p>Egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldás, ellenőrzés. Mérlegelv. Az összefüggések megértése. Alaphalmaz felismerése. Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással, lebontogatással, következtetéssel, mérlegelvel. A megoldás ábrázolása számegegyenesen. Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése, ellenőrzése.</p>	
<p>Szöveges feladatok. Adatok meghatározása, terv készítése, becslés, egyenlet, megoldás, válasz, ellenőrzés. Az ismeretlen mennyiség jelölésére kezdetben jelet, majd betűt használhatunk. A megoldást segítése ábrával. Önellenzés igénye és képessége.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Arány, arányos osztás, egyenes arányosság, fordított arányosság, törtész, százalék, egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldás, mérlegelv.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>3. Sorozatok, függvények</p>	<p>Órakeret 5 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok. Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése.</p>	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Sorozatok. (<i>folymatos</i>) Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok készítése. Algoritmusok játékokon keresztül. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>		<i>Technika, életvitel, gyakorlat: osztálynévsor, tornasor.</i>
Koordináta-rendszer, grafikonok. Egyenes arányosság grafikonja. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Sorozat, egyenes arányosság, grafikon.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Geometriai alapfogalmak		Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Esztétikai érzék fejlesztése. Sokszögek belső és külső szögeinek mérése, szögek összegének meghatározása. Kör vizsgálata.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Geometriai szerkesztés. (<i>folymatos</i>) A ceruza, vonalzó, körző használata.			
A szög. Nevezetes szögek szerkesztése.			
Háromszögek: csúcs, belső szög, külső szög. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszögek szögeinek meghatározása méréssel. Hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű háromszög. Egyenlőszárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög. Háromszögek szerkesztése. Háromszög-egyenlőtlenség.		<i>Informatika: geometriai szerkesztőprogram használata.</i>	
Sokszögek. Speciális négyszögek ismerete: négyzet, téglalap, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid.			

A sokszög belső és külső szögeinek összege.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid. Hegyesszögű háromszög, derékszögű háromszög, tompaszögű háromszög.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.3. Adott tulajdonságú ponthalmazok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	A távolság fogalma. Körvonal, körlap. Párhuzamos és merőleges egyenesek rajzolása. Távolsággal jellemzett ponthalmazok .	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Háromszög beírt és köré írt körének szerkesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Szerkesztési feladatok: a háromszög oldalfelező merőlegesei, szögfelezői, köré írható köre, beírható köre. Az állítások megsejtése, kimondása szerkesztési tapasztalatok alapján.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Körülírt kör, beírt kör.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.4. Tengelyes tükrözés	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Tükrös alakzatok és tengelyes szimmetria előállításának hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szimmetria felismerése a természetben, építészetben, művészetben. A tengelyes tükrözés végrehajtása. Szerkesztés. Alakzatok csoportosítása tengelyes szimmetria szempontjából.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A síktükör képalkotása. A tengelyes tükrözés. Szimmetrikus ábrák, alakzatok készítése. A tükörkép szerkesztése. Tükrözés körzővel, vonalzóval. Tükrözés koordináta-rendszerben. A tengelyes tükrözés tulajdonságai. Pont, egyenes, szög, háromszög, kör képe, irányításváltás.		<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetria a természetben, képzőművészetben, építészetben. <i>Természetismeret:</i> a síktükör.

<p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése, tulajdonságainak megfogalmazása a szemlélet alapján.</p> <p>Kör.</p> <p>Egyenlő szárú és egyenlő oldalú háromszögek, tulajdonságai.</p> <p>Szerkesztési feladatok az egyenlőszárú háromszög tulajdonságai alapján.</p> <p>Tengelyesen szimmetrikus négyszögek: deltoid, rombusz, húrtrapéz, téglalap, négyzet.</p> <p>A kapcsolatok szemléltetése halmazábrával.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tengelyes tükrözés, szimmetria, egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög, deltoid, rombusz, húrtrapéz.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések - biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Valószínűségi játékok.</p> <p>Biztos esemény, lehetetlen esemény.</p> <p>Esélyek mérlegelése.</p> <p>Adatok tervszerű gyűjtése.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Biztos esemény, lehetetlen esemény.	

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. – Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meg-
---	--

	<p>határozása.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése. – Száamegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. – Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés. – Osztó, közös osztók, többszörös, közös többszörösök keresése, prímszám, összetett szám ismerete. Oszthatósági szabályok megfigyelése. – A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel. – A százalék fogalmának megismerése, egyszerű számítási feladatok elvégzése. – Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek használata. – Egyszerű szöveges feladatok megoldása. <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Egyszerű grafikonok értelmezése. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Térelemek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. – Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek. – Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása. – Téglatest felszínének, térfogatának számítása. – Szakaszfelező merőlegesek, szögfelezők szerkesztése. – Tengelyes tükrözés végzése, tengelyes szimmetria tulajdonságainak ismerete. <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. – Néhány szám számtani közepének kiszámítása. – Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.
--	--

7–8. évfolyam

A nyolcosztályos gimnázium második szakaszában is a matematikai problémák megközelítése során a konkrét tapasztalatszerzésből indulunk ki. Ugyanakkor a gyerekek fokozatosan képessé válnak elvonatkoztatásra, absztrakcióra. Erre alapozva bátrabban fogalmazhatunk meg definíciókat, már hangsúlyt helyezhetünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon.

Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A

matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben a két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Algebrai kifejezéseket használunk, egyenleteket oldunk meg. A változó mennyiségek közötti kapcsolatok vizsgálata a függvényfogalomhoz vezet el, grafikonokat rajzolunk. Ezekben az évfolyamokban már komoly hangsúlyt kell helyoznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járjunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

Kis abszolút értékű egész és tört számok esetében számoljunk fejben is. A zsebszámológép használata akkor jelenjen meg, amikor a tanulók már jól számolnak fejben és írásban. A geometriai transzformációk vizsgálata a természetben, építészetben megtalálható szimmetriát magyarázza. A geometriai szerkesztések megértését számítógépes szoftver használatával tehetjük érdekesebbé, érthetőbbé. Testek felszínét, térfogatát meghatározzuk, ezzel javítjuk, fejlesztjük a gyerekek térszemléletét. Változatos módszerekkel oldunk meg kombinatorikai feladatokat. Statisztikai adatokat vizsgálunk, egyszerű valószínűségi kísérleteket végzünk. Az esetek szisztematikus összeszámolása tervszerűsége nevelés, egyben erősíti a rendszerező képességet. Figyelhetünk a célszerű stratégia kiválasztására. A sejtések, hibák megbeszélése az érvelés kultúráját alakítja.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

7. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	5 óra
2. Számтан, algebra	42 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	12 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	0 óra
Szabadon felhasználható órakeret	15 óra
Az összes óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 5 óra + folyamatos
Előzetes tudás	Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>1.1. Halmazok Két halmaz különbsége. Komplementer halmaz. Csoportosítás, válogatás különböző szempontok szerint. Számhalmazok és ponthalmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Cantor – ismeretek gyűjtése könyvtárból, internetről.</p>		<i>Informatika:</i> információgyűjtés.
<p>1.2. Matematikai logika. Logikai állítások és azok tagadása. Van olyan, létezik... Állítás és tagadás a hétköznapi szóhasználatban. Definíció, tétel kimondása. A bizonyítás igénye és módszerei a matematikában. A lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.</p>		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kommunikációs helyzetek; szövegalkotás.

Kulturált érvelés a csoportmunkában. A gondolatok pontos szóbeli és írásbeli megfogalmazása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Két halmaz különbsége, komplementer halmaz.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1 Racionális számok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegyenes – a valós számok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Műveletek racionális számokkal. (<i>ismétlés</i>) A negatív szám és a racionális szám fogalmának elmélyítése. Összevonás gyakorlása a racionális számok halmazában. Szorzás és osztás gyakorlása a racionális számok halmazában. A zárójelek használata, műveletek sorrendje. Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása.		
Arány, arányosság. Százalékszámítás. Feladatmegoldás: a korábban tanult módszerek elmélyítése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális szám, valós szám, arány, százalék.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Oszthatóság	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös felismerése, meghatározása. Oszthatósági szabályok. Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. Közös osztók, közös többszörösök felismerése kis számok esetében, alkalmazásuk törtekkel végzett műveletekben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Periodikus jelenségek megfigyelése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös magadása hatványok segítségével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Osztó, többszörös. Oszthatósági szabályok. Számolás a maradékokkal. Összetett oszthatósági szabályok: pl. 6-tal, 12-vel.		<i>Fizika; vizuális kultúra:</i> periodikusan ismétlődő jelenségek, minták.

<p>Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. A prímtényezős felbontást hatványok segítségével adjuk meg. Számelméleti alapú játékok. Tökéletes szám. <i>Matematikatörténet:</i> Mersenne, Euler, Fermat munkássága. Érdekességek a prímszámok köréből (végtelen sok prímszám van, ikerprímsejtés, barátságos számok fogalma és története). Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímelek. A legnagyobb közös osztó, a legkisebb közös többszörös meghatározása. Felhasználás törtek egyszerűsítése, törtek bővítése során.</p>		
<p>Számrendszerek. A hatványjelölés használata a helyiértékes felírásban.</p>		<p><i>Informatika:</i> 2-es számrendszer.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Osztó, maradék, többszörös, prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prím, számrendszer.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenletek, egyenlőtlenségek</p>	<p>Órakeret 17 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Egyszerű egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. Az alaphalmaz megadása. Algebrai átalakítások használata a megoldás során. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye - önellenőrzés fejlesztése.</p>	
<p>Ismeretek és fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése.</p>
<p>Szöveges feladatok. Számok, mennyiségek közötti összefüggések felírása egyenlettel, egyenlőtlenséggel. A megoldás folyamata: adatok lejegyzése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> gyakori szövegtípusok megértési stratégiái. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> hitel, betét, kamat, tőke.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvény, sorozat	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Néhány függvénytípus megfigyelése, használata. Függvények ábrázolása értéktáblázat használatával.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre.</p> <p>Függvények értelmezése. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban.</p> <p>Függvényvizsgálat (értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték). Grafikonról való leolvasás.</p>		
<p>Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: – elsőfokú függvény, – nulladfokú függvény, A lineáris függvény meredeksége. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.</p>		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.
<p>Sorozatok vizsgálata. A sorozat mint speciális függvény. Sorozatok készítése, vizsgálata. A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. Az első n tag összegének kiszámítása Gauss-módszerrel.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, egyenes arányosság, sorozat, számtani sorozat, differencia. Lineáris függvény, elsőfokú függvény, nulladfokú függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Geometriai transzformációk	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése.	

Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Pont-pont függvények. Egybevágósági transzformációk szerkesztése: <ul style="list-style-type: none"> - tengelyes tükrözés; - középpontos tükrözés; A transzformációk elvégzése körzővel, vonalzóval. A transzformációk tulajdonságainak felismerése.		<i>Informatika</i> : geometriai szerkesztőprogram.
Párhuzamos szárú szögek: <ul style="list-style-type: none"> – egyállású szögek. – társszögek. – mellékszögek. Fordított állású szögek: <ul style="list-style-type: none"> – csúcshögek. – váltóshögek. Merőleges szárú szögek. A szögpaók felismerése. Szögmérés gyakorlása.		
Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Középpontosan szimmetrikus alakzatok. Szimmetrián alapuló játékok. Szimmetrikus alakzatok felismerése, szerkesztése. Szimmetrikus alakzatok, sokszögek csoportosítása, halmazábrára készítése.		<i>Vizuális kultúra</i> : díszítőminták.
Középpontos nagyítás, kicsinyítés elvégzése. A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felismerése: aránytartás, szögtartás, alakzat és képenek irányítása.		<i>Földrajz</i> : térképi ábrázolás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, egyállású szög, váltóshög, csúcshög, egybevágóság, kicsinyítés, nagyítás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Síkgeometria	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedésük, szögük. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Négyszögek csoportosítása különböző szempontok alapján. Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése. Kör és részeinek vizsgálata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei. Oldalfelező merőlegesek – a háromszög köré írható kör. Szögfelezők – a háromszög beírható köre. Magasságok – magasságpont.		<i>Informatika</i> : geometriai szerkesztő program használata.

<p>Súlyvonalak – súlypont. Középvonalak. Speciális négyszögek definíciója, tulajdonságai, nevezetes vonalai, szerkesztése. Paralelogramma, rombusz, trapéz, húrtrapéz, deltoid. Sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.</p>	
<p>Mérés. Mértékegységek. Hosszúság, terület, idő, űrtartalom mérése. Mértékegységek átváltásának gyakorlása.</p>	
<p>Sokszögek kerülete, területe. A háromszög, paralelogramma, rombusz, trapéz, deltoid kerülete, területe.</p>	
<p>A kör és részei. A kör kerülete, területe. A kerület közelítése méréssel. A terület közelítése átdarabolással. Körív hossza. Körcikk területe. Arányossági következtetések.</p>	<p><i>Vizuális kultúra: a kör mint díszítőelem.</i></p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Szögfelező, oldalfelező merőleges, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, kör, kerület, terület, mértékegység.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei a 7-évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete. – A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása. – Egyszerű sorbarendezési, leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alapműveletek helyes sorrendű elvégzése. – Az egyenes arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. – Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére. – Számológép használata.
---	---

	<p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása. – A lineáris függvény ismerete (grafikon). – Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata. – A számtani sorozat felismerése. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete. – Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése. – Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése. – A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása.
--	--

8. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	5 óra
2. Számtan, algebra	40 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10 óra
4. Geometria	35 óra
5. Valószínűség, statisztika	8 óra
Szabadon felhasználható órakeret	10 óra
Az összes óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>1.3. Kombinatorika. Sorbarende­zési feladatok. Kiválasztási feladatok. Szemléltetés gráfokkal. A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is. Hatványok használata az eredmény leírására.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gráf.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1 Racionális számok	Órakeret 21 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegyenes – a valós számok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Hatványozás. A hatvány jelölése: alap, kitevő, hatványérték. Hatványozás azonosságai. Számolás 2, 3, 5, 10 hatványaival – a hatványozás azonosságainak „felfedezése”. Azonos alapú hatványok szorzata, hányadosa. Szorzat, hányados hatványozása. Hatvány hatványozása. A 0 és negatív egész kitevőjű hatvány. Számok normálalakja. Nagy és kis számok írása. Kerekítés, pontosság. A mennyiségek nagyságrendjének becslése.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: a tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban.</i></p>

<p>Számok négyzete, négyzetgyöke. Négyzetgyök meghatározása számológéppel. Pitagorasz tétele, $\sqrt{2}$ szerkesztése. Racionális számok tizedestört alakja. Létezik nem racionális szám is. Vannak végtelen nem szakaszos tizedestörtek is. A $\sqrt{2}$, a π irracionális. Valós számok elhelyezése a számegyenesen. Néhány irracionális szám pontos helyének megszerkesztése a számegyenesen.</p>	
<p>Arány, arányosság. Százalékszámítás. Feladatmegoldás: a korábban tanult módszerek elmélyítése.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Hatványalap, kitevő, normálalak, négyzetgyök, százalék.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Algebrai kifejezések	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szövegértés fejlesztése, betűk, képletek használata. A műveleti tulajdonságok alkalmazása algebrai kifejezésekre.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések: változó, együttható. Helyettesítési érték. Algebrai egész- és törtkifejezések. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel – példák a hétköznapi életből és a matematika területéről. Képletek értelmezése.</p>		<p><i>Fizika</i>: definíciók, kölcsönhatások, változások megfogalmazása képletek segítségével.</p>
<p>Egynemű, különmemű algebrai kifejezések. Egynemű kifejezések összevonása. Változók, együtthatók felismerése. <i>Matematikatörténet</i>: az algebra kezdetei, az arab matematika. Kutatómunka könyvtár, internet használatával.</p>		
<p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel - zárójel-felbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, osztása egytagú kifejezéssel.</p>		
<p>Nevezetes azonosságok: $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)(a - b)$. Azonosságok szemléltetése területtel.</p>		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Változó, együttható, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás, kiemelés.
--------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Egyszerű egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. Az alaphalmaz megadása. Algebrai átalakítások használata a megoldás során. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye - önellenőrzés fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. (<i>ismétlés</i>) Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Egyenletmegoldás grafikusan.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése.
Szöveges feladatok. Típusfeladatok egyszerű példákkal: <ul style="list-style-type: none"> – számok helyi értékével kapcsolatos feladatok; – geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok; – fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok; – százalékszámítási feladatok (leértékelés, béremlés, kamatszámítás stb); – keverési feladatok; – együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok. Pénzügyi ismeretek: áremelkedés, árengedmény, kamat.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> gyakori szövegtípusok megértési stratégiái. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> hitel, betét, kamat, tőke.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvény, sorozat	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek. Lineáris függvény.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Néhány függvénytípus megfigyelése, használata. Függvények ábrázolása értéktáblázat használatával.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

Fordított arányosság: $x \mapsto \frac{a}{x} (x \neq 0)$		<i>Fizika:</i> Boyle–Mariotte-törvény.
Az abszolútérték-függvény: $x \mapsto x $. A másodfokú függvény: $x \mapsto x^2$. Számítógép használata függvények ábrázolására.		
Függvénytranszformációk. Az abszolútérték és a másodfokú függvény transzformációja egyszerű esetekben: x tengely menti eltolás, y tengely menti eltolás, x tengelyre vonatkozó tükrözés. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata függvények ábrázolására.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvénytulajdonságok: zérushely, szélsőérték, monotonitás, fordított arányosság. Függvénytranszformáció, Abszolútérték-függvény, másodfokú függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Geometriai transzformációk	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Tengelyes és középpontos tükrözés. tengelyesen és középpontosan szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése. Nevezetes szögpárok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Egybevágósági transzformációk szerkesztése: - eltolás. A vektor – irányított szakasz. Távolságtartás, szögtartás, alakzat és képének irányítása.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.
Az egybevágóság szemléletes fogalma. A háromszögek egybevágóságának vizsgálata, alapesetek. Egybevágóságon alapuló számítási, szerkesztési feladatok <i>Matematikatörténet:</i> Eukleidész – Elemek; Bolyai Farkas, Bolyai János.		
Középpontos nagyítás, kicsinyítés elvégzése. A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felismerése: aránytartás, szögtartás, alakzat és képének irányítása.		<i>Földrajz:</i> térképi ábrázolás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, eltolás, vektor, kicsinyítés, nagyítás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Síkgeometria	Órakeret 10 óra
--------------------------------------	-----------------------------------	--------------------

<p>Előzetes tudás</p>	<p>Térelemek, illeszkedésük, szögük. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata. Háromszögek nevezetes vonalai.</p>
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Négyszögek csoportosítása különböző szempontok alapján. Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése. Kör és részeinek vizsgálata.</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Pitagorasz tétele. A tétel és megfordításának kimondása. Számítási és egyszerű bizonyítási feladatok. Thalész tétele. A kör érintői. <i>Matematikatörténet: Pitagorasz és Thalész.</i>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.3. Térgeometria	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Térelemek, kölcsönös helyzetük. Testek építése szemléltetése, csúcs, él, lap, átló fogalma. Testek felismerése a környezetünkben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A térelemekhez kapcsolódó fogalmak elmélyítése. Egyenes hasáb, henger, tetraéder, gúla, kúp, gömb leírása, jellemzőinek mérése, felszín-, térfogat-számítási problémák megoldása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Sokszöglapokkal határolt testek. Környezetünk tárgyainak megfigyelése. Egyenes hasáb – alaplap, oldallap, alapél, oldalél, magasság, lapátló, testátló. Kocka, négyzetes oszlop, téglatest. Szabályos testek.		
Felszín, térfogat. Egyenes hasáb hálójá, felszíne, térfogata. Egyenes henger hálójá, felszíne, térfogata. Gúla hálójá, felszíne, térfogata. Tetraéder.		<i>Vizuális kultúra: építészeti formák.</i>
A kúp. Kúp származtatása, alaplap, alkotó, palást. Egyenes körkúp felszíne, térfogata. Képlet ismerete pontos levezetés nélkül.		
A gömb. A gömb felszíne, térfogata. Képlet ismerete pontos levezetés nélkül.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Alaplap, oldalél, lapátló, testátló, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 8 óra
--------------------------------------	------------------------------	-------------------

Előzetes tudás	Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adathalmazok elemzése, értelmezése, ábrázolásuk. A valószínűség meghatározása egyszerű esetekben.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
Adatok gyűjtése, elemzése, becslés. Táblázat, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram. Adathalmazok szemléltetése táblázat és diagramok segítségével. A célszerű diagram típusának kiválasztása. Középértékek (számtani közép, módusz, medián) számolása, megállapítása. A középértékek segítségével az adatok elemzése, következtetések levonása.	Kapcsolódási pontok <i>Informatika:</i> táblázatos adattárolás, grafikus adatábrázolás.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. A relatív gyakoriság számolása. Mire lehet következtetni a relatív gyakoriságból?	
A valószínűség szemléletes fogalma. A valószínűség kiszámítása egyszerűbb esetekben – a valószínűség klasszikus modellje. Galton-deszka.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Táblázat, diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, középérték, módusz, medián.

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete. – A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása. – Egyszerű sorbarendezési, leszámhlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alapműveletek helyes sorrendű elvégzése. – Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakokkal. – Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása. – Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. – Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási
---	---

módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére.

- Számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafiknról való leolvasása.
- A lineáris függvény, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása (eltolás, tükrözés az x tengelyre.).
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata.
- A számtani sorozat felismerése.

Geometria

- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése.
- Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése.
- Egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó és hasonló alakzatok felismerése.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel egyszerű alkalmazásai.
- A vektor fogalmának ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása.
- Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása. A forgáskúp, a gömb felismerése. Térselemlélet fejlődése.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése.

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamban a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként való közreműködésben. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezekben az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenkori által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulóknak, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, a gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtetni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	15 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	60 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	25 óra
5. Valószínűség, statisztika	4 óra
Szabadon felhasználható órakeret	20 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.1 Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.		
<p>n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása.</p> <p>Halmazok számossága. Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok. <i>Matematikatörténet: Georg Cantor.</i></p>		<i>Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</i>

<p>Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, szimmetrikus differencia, komplementer halmaz.</p> <p>Halmazműveletek alkalmazása több halmazra, végtelen elemszámú halmazokra.</p> <p>Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p>		<p><i>Informatika:</i> adatbáziskezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.</p>
<p>Nevezetes ponthalmazok:</p> <ul style="list-style-type: none"> – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; – két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben; <p>Vegyes feladatok ponthalmazok és halmazműveletek alkalmazására szerkesztéssel is.</p>		<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.</p>
<p>Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. Descartes-szorzat. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, Descartes-féle szorzat. Intervallum.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.2 Matematikai logika	Órakeret 5 óra + folyamatos
Előzetes tudás	<p>Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.</p>		

<p>Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha....,akkor.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése.</p> <p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása.</p> <p>Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.</p> <p>Mások gondolataival való vitába szállás során kulturált érvelés.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> retorikai alapismeretek.</p>
<p>Skatulyaelv.</p> <p>Logikai szita.</p> <p>Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/fogalmak</p>	<p>Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY, Ha....akkor). Szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek belátása. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A valós számkör.</p> <p>Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.</p> <p>Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek.</p> <p>Hatványozás egész kitevőre. A hatványozás azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.</p> <p>Számok normálalakja.</p> <p>Számolás normálalakban felírt számokkal.</p> <p>Normálalak a számológépen.</p> <p>A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.</p> <p>A valós számok és a számegyenes kapcsolata</p> <p>A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakokkal.</p>
<p>Négyzetgyök fogalma.</p> <p>– Az indirekt bizonyítás: a $\sqrt{2}$ irracionális.</p>		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, normálalak, négyzetgyök, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Algebrai kifejezések használata	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Egész kifejezések, polinomok, törtek kifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. – A kifejezés értelmezési tartománya. – Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata. 		<i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.
<p>Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^3$; $(a + b + c)^2$; $a^2 - b^2$; $a^3 - b^3$; $a^3 + b^3$ Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>		
<p>Azonos átalakítások.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. – Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során. <p><i>Matematikatörténet:</i> algebra – Al-Hvarizmi.</p> 		<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Oszthatóság	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban, az ismeretek kapcsolatának felfedezése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban.		
A tanult ismeretek felidézése: prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Osztók számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Oszthatóság, prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Elsőfokú egyenletek. – Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. – Ekvivalens átalakítások. – Mérlegelv. Egyenletek algebrai, grafikus megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során.		
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).		<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Törtek előjelének vizsgálata.		
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.		<i>Fizika:</i> a mérés hibája.
Elsőfokú egyenletrendszerek. – Egyenletrendszerek grafikus megoldása. – Behelyettesítő módszer. – Egyenlő együtthatók módszere.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.

<ul style="list-style-type: none"> – Új ismeretlen bevezetése. <p>Különböző módszerek megismerése és alkalmazása ugyanarra a problémára.</p> <p>Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok.</p> <p>A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.</p>	
<p>Egyenlőtlenségek grafikus megoldása.</p> <p>Egyenlőtlenségek algebrai megoldása.</p> <p>Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.</p>	
<p>Paraméteres egyenletek.</p> <p>Egyszerű elsőfokú egyenletek.</p>	
<p>Egyszerűbb diofantoszi egyenletek, ehhez vezető szöveges feladatok</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Egyenletrendszer. Paraméteres egyenlet.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>3. Függvények</p>		<p>Órakeret 20 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték függvény, másodfokú függvény ismerete.</p>		
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.</p>		
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>	
<p>Függvény fogalma.</p> <p>Értelmezési tartomány, értékkészlet. Monotonitás, szélsőérték.</p> <p>A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése.</p> <p>Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság.</p>		<p><i>Informatika:</i> függvény-ábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p>	
<p>Egyenes arányosság.</p> <p>Elsőfokú függvények, lineáris függvények.</p> <p>Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.</p>	
<p>Abszolútérték-függvény. Több abszolút értéket tartalmazó függvények.</p> <p>Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény.</p> <p>Másodfokú függvények.</p> <p>Teljes négyzetté kiegészítés.</p> <p>Hatványfüggvények.</p> <p>Gyökfüggvények.</p> <p>A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.</p>		<p><i>Informatika:</i> függvény-ábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p>	

Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.	<i>Fizika; kémia: fordítottan arányos mennyiségek.</i>
Egészrész-, törtrész-, előjel-, Dirichlet-függvény. Érdekes tulajdonságok, definíciók.	
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $ f(x) $. Függvények jellemzése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egészrész, törtrész. Függvény grafikonja. Periódus, paritás, korlátosság.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Sokszögek	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz tétel és a Thalész tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmódfejlesztés. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.		
A háromszög oldalai és szögei. <ul style="list-style-type: none"> – Háromszög-egyenlőtlenség. – Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. – Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.		
A háromszögek nevezetes vonalai: <ul style="list-style-type: none"> – A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. – A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. – A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. – A háromszög súlyvonalai, súlypontja. 		<i>Informatika: geometriai szerkesztő program használata.</i>

<p>– A háromszögek nevezetes vonalairól és köreiről tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Euler egyenes, Feuerbach kör bemutatása grafikus programmal.</p>	
<p>Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.</p>	
<p>Pitagorasz tétel és megfordításának bizonyítása és alkalmazása. Számítási feladatok síkban és térben. A tételt és megfordítását alkalmazzuk bizonyítási feladatokban. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p>
<p>Thalész tétele és a tétel megfordításának bizonyítása és alkalmazása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése. <i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Hozzáírt kör, súlypont, szabályos sokszög.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>4. Geometria 4.2. Geometriai transzformációk</p>	<p>Órakeret 10 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése a környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepe a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerezése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: – fixpont, fixegyenes, fixesík; – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; – szimmetrikus és nem szimmetrikus transzformáció. Geometriai transzformációk szorzata.</p>		<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>
<p>Az egybevágóság fogalma. Egybevágó alakzatok felismerése. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.</p>		

Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.	<i>Vizuális kultúra</i> : művészettörténeti stíluskorszakok.
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.	
Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása. Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció, szimmetrikus alakzat.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Következtetések levonása. Számológép használata. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.		<i>Földrajz</i> : időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> : történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Informatika</i> : adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terjedelem, szórás.	

A fejlesztés várt eredményei 9. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése
---	---

se; bizonyítás gondolatmenetének követése.

- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
- Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban.

Számelmélet, algebra

- Racionális és irracionális számok - a valós számok halmazának szemléletes fogalma.
- Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése.
- Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.
- A számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás.
- A négyzetgyökfüggvény, trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése.
- Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $|f(x)|$ felhasználásával.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria

- Térelemek ismerete, a távolság és szög fogalmának értéke, ismerete, a távolság és a szög mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.

10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	13 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	45 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	0 óra
4. Geometria	56 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra
Szabadon felhasználható órakeret	20 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.2 Matematikai logika	Órakeret 3 óra + folyamatos
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.		

<p>Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha....,akkor.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése.</p> <p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása.</p> <p>Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.</p> <p>Mások gondolataival való vitába szállás során kulturált érvelés.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> retorikai alapismeretek.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY, Ha....akkor). Szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.3 Kombinatorika</p>	<p>Órakeret 10 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>A szorzási és összeadási szabály. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása.</p>		
<p>Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$, n^k Az összeszámlálási módszer megértése</p>		
<p>Gráfok: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>		<p><i>Kémia:</i> molekulák szerkezete.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes hálózatok felépítés.</p> <p><i>Földrajz:</i> térképek, úthálózat.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, fokszám.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok</p>	<p>Órakeret 10 óra</p>
--	--	--

Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok, valós számok halmaza. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek belátása. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
	Kapcsolódási pontok
Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. – Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. – Nevező gyöktelenítése. Műveletek gyökös kifejezésekkel.	
Az n -edik gyök fogalma. A gyökvonás azonosságai. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Algebrai kifejezések átalakításai a tanult eljárások, azonosságok felhasználásával.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyzetgyök, n -edik gyök..

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Algebrai kifejezések használata	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. Racionális kifejezések biztonságos használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
	Két szám számtani- és mértani közepe, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás. Szélsőérték-feladatok. Függvények: másodfokú függvények vizsgálata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság, számtani közép, mértani közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az	

céljai	ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Másodfokú törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Törtek előjelének vizsgálata.</p>		
<p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Grafikus megoldás. – Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. Algoritmus keresése a megoldásra. <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségszintű alkalmazása. Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diskusszió.</p> <p>Gyöktényezős alak, Viète-formulák. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. Racionális gyökök keresése, polinomosztás. <i>Matematikatörténet: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága.</i></p>		
<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés.</p> <p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata, Szélsőérték feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával, számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával.</p>		<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használat.</p>
<p>Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.</p>		
<p>Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.</p>		<i>Fizika:</i> ütközések.
<p>Négyzetgyökös egyenletek.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. – Hamisgyök, gyökvesztés. 		
<p>Paraméteres egyenletek. Egyszerű másodfokú egyenletek.</p>		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Geometriai transzformációk	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése a környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban. Egybevágósági transzformációk, tulajdonságaik, alkalmazásuk problémamegoldásban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepe a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A vektor. Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke.</p> <p>Műveletek vektorokkal:</p> <ul style="list-style-type: none"> – összeadás (paralelogramma-módszer, láncmódszer); – kivonás; – számmal való szorzás. <p>Vektor felbontása összetevőkre.</p> <p>A vektorműveletek tulajdonságai.</p> <p style="padding-left: 20px;">Szerkesztési feladatok.</p> <p style="padding-left: 20px;">Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is.</p> <p style="padding-left: 20px;">Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel.</p> <p>Bázisvektorok, bázisrendszer.</p> <p>Vektorok koordinátái.</p> <p>Vektor hosszának számítása.</p> <p>Helyvektor, szabadvektor.</p>		<i>Fizika:</i> vektormennyiségek.
<p>A párhuzamos szelők tétele és megfordítása.</p> <p>A párhuzamos szelőszakaszok tétele.</p> <p>Szakasz arányos osztása.</p> <p>Számítási és bizonyítási feladatok.</p>		
<p>A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai.</p> <p>A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai.</p> <p style="padding-left: 20px;">Aránytartó transzformáció.</p> <p>Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok megoldása.</p>		<i>Földrajz:</i> térképek.
<p>Hasonló alakzatok.</p> <p style="padding-left: 20px;">A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p> <p style="padding-left: 20px;">A sokszögek hasonlósága.</p> <p>A hasonló síkidomok területének aránya.</p> <p>A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.</p>		<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.
<p>Arányossági tételek háromszögekben.</p> <p>Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel.</p> <p>A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása.</p> <p style="padding-left: 20px;">Mértani közép szerkesztése.</p> <p style="padding-left: 20px;">Egyszerű szélsőérték- feladatok.</p>		<i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.

Arany metszés.	
Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása. Húrnégyszögek és érintőnégyyszögek definíciója, tételei. Speciális érintőnégyyszögek, húrnégyszögek. Látókörv. Látókörv szerkesztése. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Egyszerű számítási és bizonyítási feladatok.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasonlósági transzformáció, szimmetrikus alakzat, hasonlóság, számtani és mértani közép, kerületi és középponti szög, húrnégyszög, érintőnégyyszög, látókörv. Vektorművelet, paralelogramma-módszer, láncmódszer, vektorfelbontás, nullvektor, ellentett vektor, vektorok egyenlősége. Bázisvektor, bázisrendszer, vektorkoordináta. Helyvektor, szabadvektor.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.3. Szögfüggvények	Órakeret 36 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.		<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.
Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30° ; 60° ; 45° . Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.		
A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.		
A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták, egységkör. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések (pitagoraszi, tört és reciprokok összefüggés, pótszög és mellékszög szögfüggvényei).		<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. <i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógé-

<p>Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</p> <p>A trigonometrikus függvények ($x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \operatorname{tg} x$) ábrázolása, jellemzése.</p> <p>A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás, korlátosság, paritás.</p> <p>Függvény-transzformáció, függvényvizsgálat.</p>	pes programmal.
<p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek.</p> <p>A szögfüggvény definíciójának felhasználása a megoldáshoz.</p> <p>Az egyenletnek végtelen sok megoldása van.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	Egységvektor, egységkör, forgásszög, ívmérték, radián, szögfüggvény, periódus.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika, valószínűség	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése.</p> <p>Kockadobások, pénzérme.</p> <p>Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p>		
<p>Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény.</p> <p>Műveletek eseményekkel.</p> <p>Kétváltozós műveletek értelmezése.</p> <p>Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása.</p> <p>Klasszikus valószínűségi modell.</p> <p>A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terjedelem, szórás. Valószínűség.	

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkal-
---	--

mazása feladatmegoldás során.

- Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban.
- Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.

Számelmélet, algebra

- Racionális és irracionális számok - a valós számok halmazának szemléletes fogalma.
- Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése.
- Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása.
- Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokúra vezető szélsőérték problémák megoldása teljes négyzeté alakítással.
- A számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás.
- A négyzetgyökfüggvény, trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése.
- Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $|f(x)|$ felhasználásával.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria

- Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei).
- Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.
- Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai.
- Hegyesszögek, forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.

	<p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása. – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. – A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.
--	---

11–12. évfolyam

A nyolcosztályos gimnázium utolsó két évében a témakörök feldolgozásánál a matematika látásmódjának, alkalmazhatóságának a bemutatása a cél. Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsek gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	15 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	35 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	0 óra
4. Geometria	70 óra

5. Valószínűség, statisztika	0 óra
Szabadon felhasználható órakeret	24 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 15 óra + folyamatos
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>1.1. Matematikai logika Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. <i>Matematikatörténet: Varga Tamás, Pólya György.</i></p>		<i>Magyar nyelv és irodalom: köznyelv, szaknyelv.</i>
<p>1.2. Kombinatorika Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. (ismétlés) Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. (ismétlés) Kombináció – ismétlés nélkül. Összeszámlálások vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$. Binomiális együtthatók, néhány alapvető tulajdonsága. Pascal háromszög vizsgálata, állítások sejtések megfogalmazása, igazolása. <i>Matematikatörténet: Blaise Pascal, Erdős Pál.</i></p>		<i>Biológia-egészségtan: genetika.</i>
<p>1.3. Gráfok Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása leszámolás feladatokban – rendszerező ismétlés. Fagráf, felhasználása feladatmegoldásban. Fokszámra vonatkozó összefüggések. <i>Matematikatörténet: Euler.</i></p>		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra 2.1. Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökkvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése.</p> <p>Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában.</p> <p>Azonos átalakítások, a célszerű módszer, lépés megválasztása.</p> <p>Kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése - törtkitevőjű hatványok.</p> <p>A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia elv.</p> <p>Exponenciális függvény.</p> <p>Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata - irracionális kitevőjű hatvány fogalma szemléletes alapon.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztő-részlet számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitás.</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p>		<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.</p> <p>A logaritmus azonosságai:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szorzat, hányados, hatvány logaritmusa; – áttérés más alapú logaritmusra. <p>A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása.</p> <p>Logaritmustáblázat.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitás számítási feladatai.</p>

<p>A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmus függvény kapcsolata. Inverz függvény-kapcsolat szemléletes fogalma.</p>	
<p>Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálata. Számológép használata.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>4. Geometria 4.1. Trigonometria</p>	<p>Órakeret 35 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak más tudományterületeken történő alkalmazása. A függvény-szemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás vektorkoordináták. A tanult ismeretek felidézése. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>		
<p>Két vektor skaláris szorzata. A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. – Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. – Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. 		<p><i>Fizika:</i> munka, elektromosság.</p>
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása. <i>Földrajz:</i> távolságok,</p>

<p>Ábra és terv készítése a számítási feladatokhoz. Szög távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyításokban egyszerű gondolatmenet követése. Számológép használata.</p>	<p>szögek kiszámítása – terepmérési feladatok.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Szögfüggvényekről tanultak ismétlése. – Trigonometrikus függvények. – Összefüggések a szögfüggvények között. <p>Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – két szög összegének és különbségének szögfüggvényei. – egy szög kétszeresének szögfüggvényei. <p>A trigonometrikus azonosságok megértése, használata, az alkalmas összefüggés megtalálása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.</p>	<p><i>Informatika</i>: számítógépes program használata.</p>
<p>Trigonometrikus, egyenletek és egyenlőtlenségek. Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet, egyenlőtlenség megoldásához. Az összes megoldás megkeresése. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika</i>: rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Skaláris szorzat.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Koordinátageometria	Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordinátarendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Két pont távolsága. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolút értékének kiszámítása.</p> <p>Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.</p>		
<p>Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása vektorok használata, koordináták-kiszámolása.</p>		<p><i>Fizika</i>: testek tömegközéppontja.</p>
<p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens.</p>		<p><i>Fizika</i>: mérések értékelése.</p>

A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata.	
<p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Az egyenes egyenlete:</p> <ul style="list-style-type: none"> – normálvektoros egyenlet; – irányvektoros egyenlet; – iránytényezőes egyenlet. <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes metszéspontja. Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése. Pont és egyenes távolsága. Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet. – Kör és egyenes kölcsönös helyzete. – A kör érintőjének egyenlete. – Két kör közös pontjainak meghatározása. <p>Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Ponthalmazok a koordinátáson. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező.

<p>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – A számológép biztos használata.
---	--

	<p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Az exponenciális, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvény-transzformációk alkalmazása. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. – Két vektor skaláris szorzata alkalmazása. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – Valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
--	--

12. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	folyamatos
2. Számтан, algebra	0 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	18 óra
6. rendszerező összefoglalás	40 óra
Szabadon felhasználható órakeret	16 óra
Az összes óraszám	124 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Sorozatok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Számítási sorozat, egyszerű alapösszefüggések	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>	<p><i>Informatika:</i> algoritmusok.</p>
<p>Számtani sorozat. A számtani sorozat n-edik tagja. A számtani sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja. A számtani közép tulajdonság. Számítási feladatok a számtani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.</p>	
<p>Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja. A mértani közép tulajdonság. Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok.</p>
<p>Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztő részlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék.</p>	<p><i>Földrajz:</i> világgazdaság, hitel, adósság, eladósodás.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.3. Térgeometria, felszín, térfogat		Órakeret 30 óra
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Tételek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat.</p>		
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérének megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.</p>		
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok		
<p>Tételek. Két kitérő egyenes hajlásszöge. Síkra merőleges egyenes. Egyenes és sík hajlásszöge. Két sík hajlásszöge. Pont távolsága síktól. Két párhuzamos sík távolsága. Két kitérő egyenes távolsága. A fogalmak-bemutatása modelleken és a környezetünk tárgya-</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> axonometria.</p>		

in. Modellezőkészletek használata. Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.	
Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. Síkidomok kerülete, területe. Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzletben történő mozgatus, átdarabolás, szétvágás.	
Testek, szabályos testek. Térbeli modellek használata, készítése. Számítógép használata ábrázoláshoz. Ábrakészítés térbeli testekről.	<i>Informatika</i> : számítógépes szimulációs program használata.
A térfogatszámítás alapelvei. Mérőszám és mértékegység.	
Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.	<i>Informatika</i> : számítógépes program használata.
A kúp felszíne, térfogata. A közelítés szemléletes fogalma. Csonkagúla, csonkakúp. A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. A gömb térfogata és felszíne. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. <i>Matematikatörténet</i> : Cavalieri.	<i>Vizuális kultúra</i> : építészet. <i>Biológia-egészségtan</i> : keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat, hengyszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Ismeretek mozgósítása: A minta terjedelme. Átlag, medián módusz, szórás. Közvélemény-kutatás. Minőség-ellenőrzés.		<i>Informatika</i> : táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> : választások.

	<i>Földrajz: statisztikai évkönyv.</i>
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p> <p>Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata. A valószínűség becslése, számolása.</p> <p>Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.</i></p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6.Rendszerező összefoglalás	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	A 8 év matematikaanyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modell, számítási- bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek</i> Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számközbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek értelmezésének erősítése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet. A sorba rendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése.</p>		

<p>A kombinatív készség fejlesztése, gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>	
<p><i>Számelmélet, algebra</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk. Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel. A zsebszámológép használata. A különböző típusú zsebszámológépek használatának ismerete. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>	
<p><i>Sorozatok, függvények</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban. Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>	<p><i>Informatika: számítógépes program használata.</i></p>
<p><i>Geometria</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. Az esztétikai érzék fejlesztése. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézésével az emlékezet fejlesztése, az absztrakciós készség fejlődésének segítése. Trigonometria. Vektorok, koordináta geometria. A trigonometria és a koordináta geometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>	
<p><i>Statisztika, valószínűség</i></p>	<p><i>Informatika: táblázatke-</i></p>

<p>Adatsokaságok elemzése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>	<p>zelő, adatbáziskezelő program használata.</p>
<p><i>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok</i></p> <p>Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. pl. nem euklideszi geometria - Bolyai János Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel, számítógépek fejlődése – Neumann János. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>-</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – A számológép biztos használata. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Az exponenciális, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvény-transzformációk alkalmazása. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata. – A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazá-
--	---

sa.

- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete.
- Két vektor skaláris szorzata alkalmazása.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Hosszúság, szög, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
- A matematikai tanulmányok végére a matematika tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi).
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- –A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.